

## MJERENJE SEZONSKIH PROMJENA

Većina gospodarskih pojava tijekom vremena očituje promjene koje se obnavljaju na isti odnosno sličan način.

**SEZONSKA POJAVA** jest pojava koja se obnavlja na isti ili sličan način tijekom jednogodišnjeg razdoblja.

Za vremenski niz koji očituje sezonalnost kaže se da sadržava sezonsku komponentu. Ta se komponenta očituje samo ako su intervali promatranja kraći od godine, tj. ako se raspolaže mjesečnim ili kvartalnim podatcima. Sezonsko obilježje pojavi daju klimatski faktori, proizvodni ritam, navike potrošača i slično. U sezonske pojave ubraja se, primjerice, kretanje broja turista. Broj turista malen je u primorskim mjestima u zimskom razdoblju. Porast priljeva turista započinje s proljećem, najviše ih je u ljetnim mjesecima, a broj im se smanjuje početkom jeseni. Najmanje turista je u zimskim mjesecima. S novom godinom započinje obnavljanje. Razdoblje s najvećim sezonskim utjecajem zove se „puna sezona”, a ono s najmanjim „mrtva sezona”. Sezonska obilježja ima i prodaja nekih tekstilnih proizvoda, prodaja bezalkoholnih pića, opseg građevinskih radova u kontinentalnome dijelu Republike Hrvatske, poljoprivredna proizvodnja i tako dalje.

Za uspješno poslovanje potrebno je brojčano izraziti veličinu, smjer i stupanj sezonskih promjena kako bi se mogla planirati nabava reprodukcijских materijala, broja zaposlenih, veličine prihoda i tako dalje. Nekoliko<sup>2</sup> je metoda kojima se analiziraju sezonske pojave. Među njima je i *metoda odnosa prema pomičnim prosjecima*. Metoda se oslanja na standardnu raščlambu vremenske serije na trend, cikličnu, sezonsku i slučajnu komponentu, o čemu je bilo riječi ranije. Često se trend i ciklična komponenta spajaju u jednu, trend-cikličnu komponentu.

**MODEL SEZONSKE POJAVE** koji izvire iz raščlambe vremenske pojave je u gospodarskim primjenama uobičajeno u obliku:

$$(1) Y = T \cdot I_S \cdot I_\epsilon$$

U navedenom modelu<sup>3</sup>  $Y$  predložuje vrijednosti vremenskog niza,  $T$  je trend-komponenta. Za nju će se pretpostaviti da uključuje i ciklične promjene.  $I_S$  je sezonski faktor, to jest konstanta kojom se izražava utjecaj sezonskog faktora u relativnom iznosu pojedinog mjeseca ili kvartala. Pomnožen sa sto, naziva se *sezonskim indeksom*.  $I_\epsilon$  je faktor<sup>4</sup> odnosno iznos izražen relativno koji se pripisuje slučajnim utjecajima. Ako se pomnoži sa sto, predložuje indekse rezidualnih utjecaja. Model se još naziva *multiplikativnim* jer su mu komponente faktori produkta.

<sup>2</sup> Analizu sezonskih pojava državni zavodi za statistiku i veći broj stručnih i znanstvenih ustanova provodi metodom X-12 odnosno inačicama te metode. Metoda je razvijena u Birou za popis (*Bureau of Census*) u SAD-u, pa se često metoda zove i *CENSUS* metoda. Riječ je o relativno zamršenom skupu postupaka koji uključuje golem broj računskih radnji. Sam je postupak razrađen u obliku programa za računalo, a ispisi rezultata sadržavaju brojne analitičke rezultate. Programom se mogu dobiti i prognostičke vrijednosti. Državni zavod za statistiku Republike Hrvatske za analizu rabi metodu X-12. To je nova verzija metode Biroa za popis SAD-a.

<sup>3</sup> Model se naziva *multiplikativnim* jer su s desne strane jednakosti komponente u produktu. Osim multiplikativnoga, u analizi sezonskih promjena rabi se i *aditivni* tip modela u kojemu su pojedine komponente u zbroju.

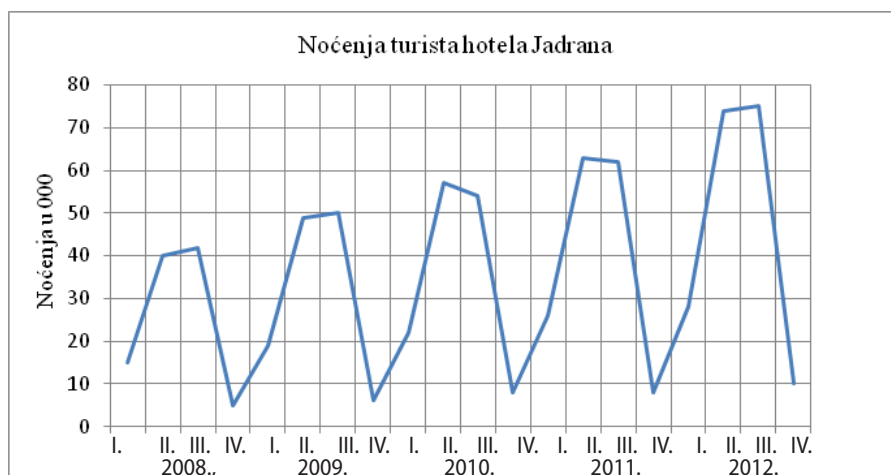
<sup>4</sup>  $\epsilon$  je grčko slovo – čita se *epsilon*.

Statistička analiza modela sastoji se u utvrđivanju svake od navedenih komponenti, to jest od vrijednosti trenda, sezonskoga i slučajnih utjecaja. Analizu metodom odnosa prema pomičnom prosjeku opisat ćemo na primjeru ostvarenih noćenja hotela Jadrana. Radi jednostavnosti, poći će se od kvartalnih podataka.

Tablica 1.

Godina, kvartal	Noćenja u 000	Trend (pomični) prosjeci	Y/T	Sezonski faktori	Vrijednosti očišćene od sezonskog utjecaja	Rezidualni faktor
1	2	3	4	5	6	7
2008., I.	15	*	*	0.6440	23.291	*
II.	40	*	*	1.5970	25.045	*
III.	42	26.000	1.61540	1.5670	26.811	1.0310
IV.	5	27.625	0.18100	0.1923	25.999	0.9412
2009., I.	19	29.750	0.63870	0.6440	29.503	0.9917
II.	49	30.875	1.58700	1.5970	30.680	0.9937
III.	50	31.375	1.59360	1.5670	31.918	1.0170
IV.	6	32.750	0.18320	0.1923	31.199	0.9526
2010., I	22	34.250	0.64230	0.6440	34.161	0.9974
II.	57	35.000	1.62860	1.5970	35.689	1.0200
III.	54	35.750	1.51050	1.5670	34.471	0.9642
IV.	8	37.000	0.21620	0.1923	41.599	1.1240
2011., I.	26	38.750	0.67100	0.6440	40.372	1.0420
II.	63	39.750	1.58490	1.5970	39.446	0.9923
III.	62	40.000	1.55000	1.5670	39.578	0.9894
IV.	8	41.625	0.19220	0.1923	41.599	0.9994
2012., I.	28	44.625	0.62750	0.6440	43.477	0.9743
II.	74	46.500	1.59140	1.5970	46.333	0.9964
III.	75	*	*	1.5670	47.876	*
IV.	10	*	*	0.1923	51.999	*

Postupak započinje prikazom vremenskog niza koji je pomoćno sredstvo za utvrđivanje sezonskoga obilježja pojave. Prikaz je linijski ili se rabi polarni dijagram. Osim sezonskih promjena, grafikon pomaže da se uoče i druge komponente, to jest trend i slučajne komponente.



Slika 1. Prikaz niza noćenja turista hotela Jadrana

Prema slici 1. vidljivo je da je riječ o sezonskoj pojavi, o linearnome trendu te slučajnom odstupanju.

Prvi korak u brojčanoj analizi<sup>5</sup> sastoji se u procjeni vrijednosti trenda. Procjena vrijednosti linearnog trenda jest u obliku četveročlanih pomičnih prosjeka jer su dane kvartalne vrijednosti pojave. Ako bi noćenja promatrali mjesečno, valjalo bi utvrditi pomične prosjeke od po dvanaest članova. Kako je broj članova četveročlanog pomičnog prosjeka paran, izračunat će se na već opisan način centrirani pomični prosjek. U primjeru su ti prosjeci navedeni u trećemu stupcu tablice. Za prva i posljednja dva kvartala u nizu nije moguće odrediti pomične prosjeke.

Slijedi izračun prvih procjena sezonskih faktora. One su jednake omjeru vrijednosti članova vremenskog niza i pomičnih prosjeka. Izračunani omjeri za pojedine kvartale prikazani su u tablici 2.

Tablica 2. Omjeri broja noćenja i trend-vrijednosti noćenja

Godina	Kvartal			
	I.	II.	III.	IV.
2008.	*	*	1.6154	0.1810
2009.	0.6387	1.5870	1.5936	0.1832
2010.	0.6423	1.6286	1.5105	0.2162
2011.	0.6710	1.5849	1.5500	0.1922
2012.	0.6275	1.5914	*	*
Aritmetička sredina	0.644875	1.597975	1.567375	0.19315
Sezonski faktori	0.644305	1.596656	1.565989	0.192979

<sup>5</sup> Analiza ovog primjera provedena je s pomoću programa za računalno i provodi se s velikom preciznošću. Pri provjeri predloženih rezultata ručnim postupkom ili s pomoću kalkulatora mogu se pojaviti manje brojčane razlike koje su posljedica razlika u preciznosti računanja.

Iz tablice je vidljivo da prve procjene sezonskih faktora *istoga* kvartala nisu jednake u svakoj godini. Da bi se dobio sezonski faktor za kvartale potrebno je utvrditi prosječnu veličinu navedenih omjera za svaki kvartal. Prosječna veličina jest aritmetička sredina, a kadšto se rabi i medijan. U primjeru su izračunane aritmetičke sredine omjera za svaki kvartal. S obzirom da je sezonsko razdoblje četiri, potrebno je da zbroj aritmetičkih sredina iznosi četiri. Tada aritmetičke sredine predložuju sezonske faktore. U protivnome valja sredine korigirati kako bi im zbroj iznosio četiri. Zbroj aritmetičkih sredina jest 4.003375 i veći je od 4. Da bi se zbroj sredina sveo na 4, svaka se izračunana sredina mora podijeliti brojem 4.003375/4 odnosno s 1,00084375. Dobi-vene korigirane aritmetičke sredine jesu *sezonski faktori* za pojedine kvartale. Tako je sezonski faktor prvoga kvartala 0.644305, drugoga 1.596656, trećega 1.565989, a četvrtoga 0.192979. Pomnožimo li ih sa sto, dobit ćemo *sezonske indekse*. Sezonski indeksi kvartala jesu (zaokruženi na dvije decimale) 64.43, 159.67, 156.60 i 19.30. Sezonski faktori nalaze se u četvrtom stupcu tablice 5.

Ako bi se analiza provodila na temelju *mjesečnih podataka*, zbroj aritmetičkih sredina za istoimene mjesece mora iznositi 12. Ako je zbroj sredina jednak 12, tada su te sredine sezonski faktori. Kada je zbroj različit od 12, sredine se korigiraju tako da se podijele omjerom zbroja sredina i 12.

Pomičnim prosjecima procjenjuje se vrijednost trenda, a prethodno opisanim postupkom brojčano su u obliku sezonskih faktora izraženi sezonski utjecaji. Vrijednosti noćenja „očišćene” od sezonskog utjecaja dobit ćemo tako da frekvencije noćenja podijelimo pripadajućim sezonskim faktorom.

Vrijednosti prvih kvartala podijelit ćemo s 0,644305, vrijednosti drugih kvartala s 1,596656, trećih s 1,655989, a četvrtih s 0,192979. Tako je očekivani broj noćenja bez sezonskog utjecaja u prvome kvartalu jednak 15/0,644 i iznosi 23 291 tisuću. Očekivani broj noćenja bez sezonskog utjecaja naveden je u šestom stupcu tablice 5.20.

Modelom je razina pojave izražena s pomoću trenda, sezonskog faktora i faktora slučajnih (rezidualnih odstupanja). Prema tome, preostaje da se još utvrdi faktor slučajnih (rezidualnih odstupanja). To se postiže dijeljenjem vrijednosti „očišćenih” od sezonskog utjecaja s pomičnim prosjekom. Kako se ne raspolaže omjerom pomičnim prosjecima za prva dva kvartala, izračunat će se faktor slučajnih odstupanja za treći kvartal 2008. godine. Riječ je o vrijednosti 1.615385/1.567375 koja je jednaka 1.0311. Rezidualni je faktor za III. kvartal 2008. godine 1.0311, a pomnožen sa sto predložuje indeks rezidualnih utjecaja. Indeks jest 103.11.

Prema modelu, vrijednost pojave jednaka je umnošku vrijednosti trenda sezonskih i rezidualnih faktora. Za treći kvartal to jest:

$$y_3 = T_3 \cdot I_{s,3} \cdot I_{e,3}; y_3 = 42, T_3 = 26, I_{s,3} = 1.56606, I_{e,3} = 1.0306308; 42 = 42$$

Postupak analize sezonske pojave predloženim modelom jest jednostavan. Ipak, ne rabi li se programska potpora, dugotrajan je osobito ako se vremenski niz sastoji od većega broja članova. Iz opisa postupka analize zaključuje se da se on provodi u sljedećim koracima.

(a) Izračunati centrirane četveročlane ili dvanaesteročlane centrirane pomične prosjeke ovisno o tome jesu li podatci kvartalni ili mjesečni. Izračunani pomični prosjeci jesu procjene trend-komponente.

(b) Odrediti omjere članova vremenskog niza i pripadajućih pomičnih prosjeka, to jest omjere  $\frac{Y}{T}$ . Dobiveni omjeri sadržavaju sezonsku i slučajnu komponentu što slijedi iz modela  $Y = T \cdot I_s \cdot I_e$  prema kojemu je  $\frac{Y}{T} = I_s \cdot I_e$ .

(c) Slijedi procjena sezonskih faktora *aritmetičkim sredinama istoimenih kvartala* odnosno *istoimenih mjeseci*. Zbroj sezonskih faktora mora biti jednak razdoblju obnavljanja pojave, a to je 4 za kvartalne podatke ili 12 za mjesečne podatke. Ako je zbroj aritmetičkih sredina jednak 4 ili 12 izračunane aritmetičke sredine predložuju *sezonske faktore*. U protivnome, *zbroj* aritmetičkih sredina istoimenih kvartala (mjeseci) dijeli se s 4 (ili 12). Dobivenom veličinom podijeli se svaka aritmetička sredina. Time zbroj korigiranih sredina iznosi 4 (ili 12), a korigirane sredine jesu sezonski faktori. Množenjem sezonskih faktora sa sto dolazi se do sezonskih indeksa.

(d) Izvorne vrijednosti niza dijele se sezonskim faktorima čime se dobivaju vrijednosti niza „očišćene” od sezonskog utjecaja. Riječ je o omjerima  $\frac{Y}{I_s}$ .

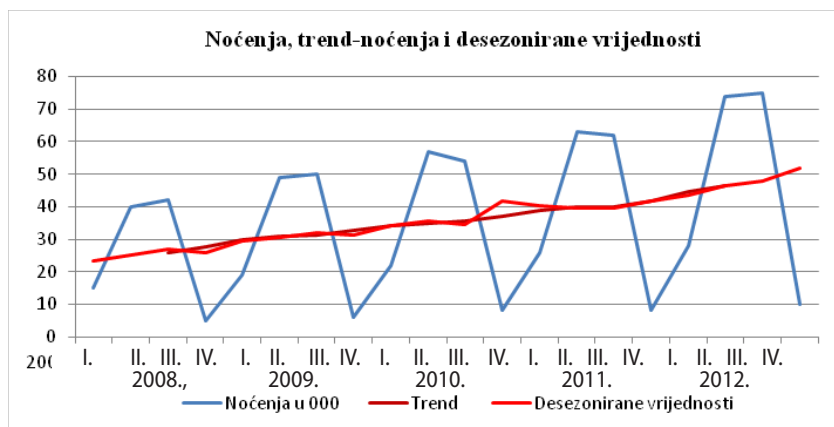
(e) Dijeljenjem omjera  $\frac{Y}{I_s}$  s pomičnim prosjecima (trendom), dolazi se do faktora rezidualnih utjecaja jer je  $\frac{Y}{I_s} : T = I_e$ . Rezidualni faktori pomnoženi sa sto jesu indeksi rezidualnih odstupanja.

Sa stajališta primjene izloženog postupka vrlo je važno protumačiti značenje dobivenih rezultata. Već je rečeno da su pomični prosjeci procjene vrijednosti trenda<sup>6</sup>. Sezonskim se indeksima u relativnom iznosu izražava sezonski utjecaj na razinu pojave, a indeksi rezidualnih utjecaja u relativnom izrazu mjere slučajne (nesistematske) utjecaje na razvoj pojave u vremenu. Oba se pokazatelja tumače na uobičajen način, to jest promatraju se razlike  $I_s - 100$  i  $I_e - 100$ . One mogu biti pozitivne ili negativne. Pozitivna razlika koja se odnosi na sezonski indeks upućuje na zaključak da je razina pojave veća od očekivane zbog sezonskih utjecaja. Ako je predznak razlike negativan sezonski, sezonski utjecaji imaju suprotan učinak. Na isti se način tumače i indeksi rezidualnih utjecaja.

Za primjer tumačenja rezultata analize uzet će se najprije broj noćenja u trećem kvartalu 2008. Broj noćenja u tom kvartalu jest 42 tisuće. Prema *trendu* očekivani je broj noćenja 26 tisuća. Sezonski faktor za taj mjesec jest 1,56606, a *sezonski indeks* (zaokruženo) 156,61. Sezonski indeks pokazuje da je razina pojave u trećem kvartalu veća zbog sezonskih utjecaja za 56,61 %. Faktor rezidualnih utjecaja jest 1.0306308, a *indeks rezidualnih utjecaja* 103,06. Zahvaljujući ostalim (rezidualnim) utjecajima broj noćenja bio je veći za 3,06 % od očekivanog broja noćenja bez tih utjecaja. U prvom kvartalu 1998. zabilježeno je 28 tisuća noćenja. Prema trendu očekivani je broj noćenja 44 625 tisuća. Sezonski faktor prvog kvartala jest 0,644. a sezonski indeks 66,4. Zbog sezonskih utjecaja razina broja noćenja bila je manja za 33,6 %. Indeks rezidualnih

<sup>6</sup> Umjesto pomičnih prosjeka kao procjena trenda može se rabiti ranije opisan model linearnoga ili drugoga odgovarajućeg trend-modela. Trend-vrijednosti se tada računaju tako da se u jednadžbu trenda uvrštavaju vrijednosti varijable vrijeme.

utjecaja jest 97,43 pa je broj noćenja zbog ostalih utjecaja bio za 2,57 % manji od očekivanog. Na isti se način tumače spomenute veličine za preostale kvartale. Očituje li vremenska pojava *krivolinijski* trend ili ima neke druge osobitosti, tada valja primijeniti druge, prikladne metode.



Slika 2. Vremenski niz, trend-vrijednosti i desezonirane vrijednosti

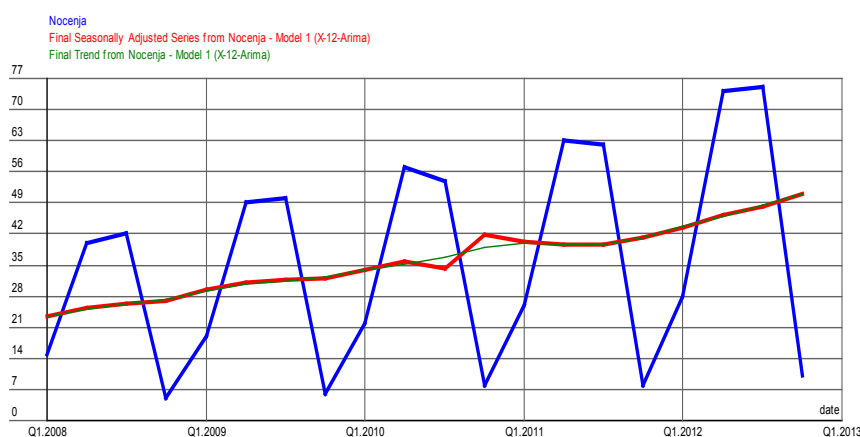
U suvremenoj statističkoj analizi sezonskih pojava rabe se različite zamršene metode i modeli desezoniranja. Među takvim je metodama i metoda X-12-ARIMA (Census metoda) kojom se koristi i Državni zavod za statistiku te TRAMO-SEATS model. U primjeru je rabljena elementarna metoda, a nastavno se uspoređuju desezonirane vrijednosti dobivene elementarnom metodom i metodom X-12-ARIMA. Metodom X-12 dolazi se do golemoga broja različitih analitičkih pokazatelja kojima se mogu cjelovito analizirati karakteristike sezonske pojave. Nastavno se uspoređuju desezonirane vrijednosti navedene u primjeru i one dobivene X-12-ARIMA<sup>7</sup> metodom.

Godina, kvartal	Noćenja	Vrijednosti očišćene od sezonskog utjecaja	Vrijednosti očišćene od sezonskog utjecaja X-12-ARIMA
2008., I.	15	23.291	23.380
II.	40	25.045	25.250
III.	42	26.811	26.446
IV.	5	25.999	27.005
2009., I.	19	29.503	29.503
II.	49	30.680	30.912
III.	50	31.918	31.577
IV.	6	31.199	32.041
2010., I.	22	34.161	34.061
II.	57	35.689	35.885
III.	54	34.471	34.280
IV.	8	41.599	41.952

<sup>7</sup> Računalni program koji se odnosi na metodu X-12-ARIMA i TRAMO-SEATS model mogu se preuzeti s odgovarajućih stranica EUROSTAT-a i drugih izvora. Program se preuzima bez naknade.

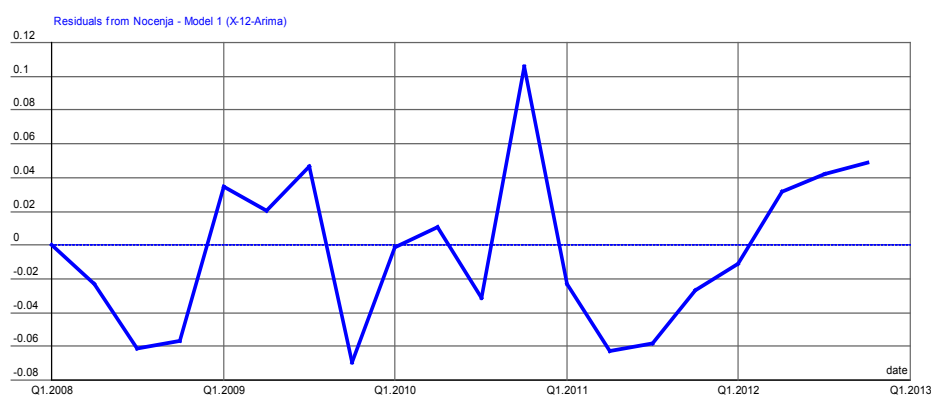
Godina, kvartal	Noćenja	Vrijednosti očišćene od sezonskog utjecaja	Vrijednosti očišćene od sezonskog utjecaja X-12-ARIMA
2011., I.	26	40.372	40.216
II.	63	39.446	39.554
III.	62	39.578	39.556
IV.	8	41.599	41.218
2012., I.	28	43.477	43.429
II.	74	46.333	46.308
III.	75	47.876	48.026
IV.	10	51.999	50.992

Na slici 3. prikazan je niz noćenja, trend-vrijednosti i vrijednosti očišćene od sezonskog utjecaja. Trend-vrijednosti i vrijednosti očišćene od sezonskog utjecaja dobiveni su primjenom metode X-12-ARIMA.



Slika 3. Noćenja, trend-vrijednosti i vrijednosti očišćene od sezonskog utjecaja

Osim trend-vrijednosti, desezoniranih vrijednosti, utvrđena su i rezidualna odstupanja. Prikazana su na slici 4.



Slika 4. Rezidualna odstupanja

Ako se usporede vrijednosti očišćene od desezonskog utjecaja u predloženom primjeru i one dobivenom metodom X-12, uočit će se razlike koje izviru

iz razlika u metodologiji. Može se reći da je u primjeru primijenjena metoda koja je u vrlo elementarnom obliku srodna metodi X-12.

Potrebno je naglasiti da se u praksi rabe različite metode i modeli desezoniranja koje katkad dovode do različitih rezultata. U pravilu se većina metoda i modela u osnovi oslanja na raščlambu vremenske pojave na komponente. Pri tumačenju rezultata nužno je temeljito poznavati osobitosti primijenjenih metoda i modela.